

# Rapport du stage de mathématiques

Léo Capiod

## I/ Mon avis sur l'intérêt du stage

Dans l'ensemble, je suis très satisfait du stage. Il nous a permis de découvrir les mathématiques autrement. Dès notre arrivée le lundi 17 juin, nous avons visionné un film qui montrait quel était le travail des chercheurs en mathématiques. Il était important de nous prouver que mathématicien était aussi un métier d'avenir et qu'il restait de nombreux sujets de recherche dans ce domaine. Ensuite, et pendant une grande partie de la semaine, nous avons eu des « cours ». Certains étaient très intéressants, notamment ceux qui montraient les utilisations concrètes des mathématiques, d'autres un peu moins car difficiles à comprendre pour des élèves de seconde.

Par exemple, le cours sur les probabilités nous a particulièrement marqués grâce à l'exemple simple d'un jeu télévisé. Le jeu oppose un présentateur à un candidat (le joueur). Ce joueur est placé devant trois portes fermées. Derrière l'une d'elles se trouve une voiture et derrière chacune des deux autres, il n'y a rien. Il doit tout d'abord désigner une porte. Puis le présentateur ouvre une porte qui n'est ni celle choisie par le candidat, ni celle cachant la voiture (le présentateur sait quelle est la bonne porte dès le début). Le candidat a alors le droit ou bien d'ouvrir la porte qu'il a choisie initialement, ou bien d'ouvrir la troisième porte. La plupart des personnes garde leur premier choix par « superstition » ou parce qu'elles pensent que les chances de tomber sur la voiture sont égales lorsqu'il ne reste plus que deux portes. En fait, mieux vaut changer son choix. En effet, lorsque le candidat maintient son choix, sa probabilité de gagner est  $1/3$ . Sinon, lorsqu'il change de porte, l'événement est contraire du précédent et la probabilité de gagner est donc  $2/3$ .

Certains cours étaient consacrés à la résolution d'énigmes. Nous avons dû former des groupes de 3 ou 4 puis choisir entre 8 énigmes, plus ou moins connues comme la balance de Roberval, retrouver la position d'une pièce disparue sur un échiquier... Le vendredi après-midi, nous avons pu exposer nos recherches à l'ensemble des stagiaires de toutes les matières confondues.

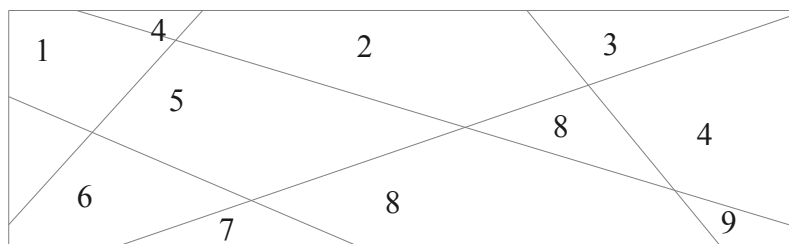
En tous cas, les professeurs étaient très impliqués et n'hésitaient pas à répondre à nos questions. Le stage avait un autre intérêt : découvrir le fonctionnement d'une grande université comme Lille 1. J'ai été très surpris par la taille du campus ainsi que par le nombre de bâtiments utilisés.

L'organisation du stage était irréprochable. Les pauses goûters nous permettaient de discuter avec d'autres élèves ou avec les enseignants chercheurs. Le midi, nous mangions au R.U, bien meilleur que les habituelles cantines des lycées.

## II/ Enigme du coloriage de cartes

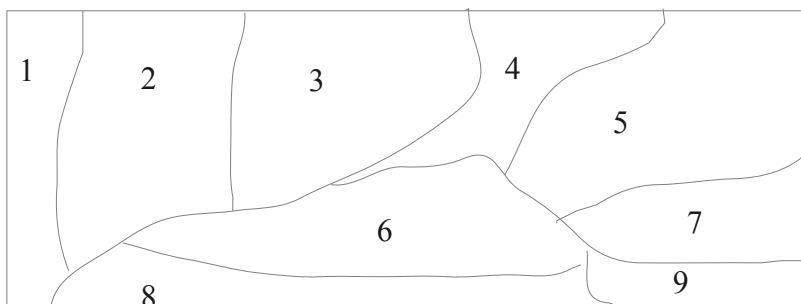
Cette énigme consistait à chercher le nombre minimal de couleurs nécessaires au coloriage d'une carte en suivant une règle : deux pays frontaliers ont obligatoirement des couleurs différentes.

Nous avons étudié 2 cas. Le premier était une carte dont les pays étaient formés par des droites comme ci dessous :



Le second était beaucoup plus général. Il fallait trouver le nombre minimal de couleurs mais cette fois-ci valable pour n'importe quelle carte et avec des pays de n'importe quelle forme.

Exemple :



Pour la première carte, la réponse était assez facile. Dès que l'on trace une nouvelle droite, tous les pays situés d'un côté de la droite changent de couleur. Cela prouve donc que 2 couleurs suffisent pour une carte formée de droite. Exemple :

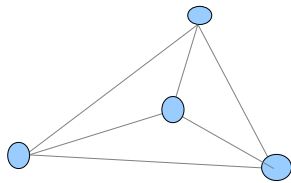


Le deuxième cas est beaucoup plus difficile à résoudre. Pour trouver le nombre minimal de couleurs nécessaires, il faut en fait chercher un ensemble où chaque pays de cet ensemble a une frontière commune avec tous les autres. Le nombre maximal de pays contenus dans cet ensemble constitue la réponse.

On peut représenter la situation grâce à un graphe dans lequel un pays est représenté par un

point et une frontière par un trait. Tant que les traits ne se croisent pas, la situation est possible.

Exemple :



Nous avons donc trouvé que 4 pays peuvent avoir chacun une frontière commune avec les trois autres mais que ceci n'est pas possible avec 5 pays.

On peut retrouver une situation analogue dans la carte de l'U.E. En effet, le Luxembourg a une frontière commune avec l'Allemagne, la France et la Belgique, la France a une frontière commune avec le Luxembourg, l'Allemagne et la Belgique...

Donc 4 couleurs seraient suffisantes pour colorier n'importe quelle carte. Ce n'est qu'une supposition mais il est très difficile (impossible?) de le prouver par le calcul.

Il existe bien un théorème des 4 couleurs mais celui-ci est contesté et a des limites.

Voici par exemple la carte de France métropolitaine où chaque département est d'une couleur autre que celle des départements frontaliers.

On retrouve bien 4 couleurs : le bleu, le rouge, le vert et le jaune.

